жидкости. Обозначая ее буквой i, можно записать уравнение Бернулли в форме

$$i+gh+\frac{v^2}{2}=\text{const}. \tag{25.3}$$

Если течение происходит в горизонтальном направлении, то величина gh остается постоянной. В этих случаях

$$i+\frac{v^2}{2}=\text{const}. \tag{25.4}$$

При больших скоростях v соотношением (25.4) можно пользоваться и тогда, когда течение не горизонтальио, так как в этих случаях изменениями потенциальной энергии gh с высотой можно пренебречь. Иными словами, можно полностью отвлечься от наличия силы тяжести. Именно с такими случаями мы и будем иметь дело в дальнейшем.

При медленных течениях можно пренебречь кинетической энергией. Тогда

$$i=\text{const}, \tag{25.5}$$

т. е. энтальпия вдоль линии тока остается постоянной. Этот результат был получен также при рассмотрении опыта Джоуля — Томсона.

4. Технически эффект Джоуля — Томсона может быть осуществлен без использования пробки. Газ, находящийся под высоким давлением (порядка сотен атмосфер), заставляют перетекать в пространство с низким давлением (порядка атмосферного) через вентиль или узкое отверстие. Такой процесс называется *дросселированием газа*. Он аналогичен течению газа по широкой трубе, в которой имеется очень узкое отверстие, за которым труба неограниченно расширяется. В этом случае к начальному и конечному состояниям газа также применимо соотношение (25.5). Действительно, применим уравнение Бернулли (25.4) к линии тока, начало и конец которой находятся перед и за узким отверстием, через которое протекает газ. Выберем эти точки в широких участках трубы, где скорость течения очень мала. Тогда в уравнении (25.4) кинетической энергией можно полностью пренебречь, и мы снова приходим к соотношению (25.5). Таким образом, процесс Джоуля — Томсона, независимо от того, осуществляется ли он продавливанием газа через пористую пробку или путем дросселирования через вентиль, может быть охарактеризован как такой процесс, при котором энтальпия газа в начальном и конечном состояниях одна и та же.

§ 26. Скорость истечения газа из отверстия

1. Вычислим скорость истечения сжатого газа из баллона через малое отверстие или сопло (рис. 22). Считая течение ламинарным и установившимся, возьмем произвольную линию тока, один конец

которой (2) находится снаружи баллона вблизи отверстия, а другой (1) — внутри баллона, где скорость газа v_1 пренебрежимо мала.

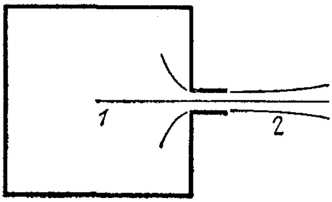

Рис. 22.

Применим уравнение Бернулли (25.4) к точкам 1 и 2 линии тока; тогда получим

$$i_1+\frac{v_1^2}{2}=i_2+\frac{v_2^2}{2}.$$

Величиной v_1^2 можно пренебречь. У скорости v_2 индекс опустим. Тогда из предыдущего уравнения получаем

$$v=\sqrt{2(i_1-i_2)}. \qquad (26.1)$$

Эта формула применима как для идеальных, так и для реальных газов. Допустим теперь, что газ — идеальный и что зависимостью теплоемкости C_V от температуры можно пренебречь. Тогда

$$i=u+\frac{P}{\rho}=\frac{1}{\mu}C_VT+\frac{1}{\mu}RT,$$

или на основании (20.1)

$$i=\frac{1}{\mu}C_PT. \qquad (26.2)$$

Следовательно,

$$v=\sqrt{\frac{2}{\mu}C_P(T_1-T_2)}. \qquad (26.3)$$

В таком виде, однако, эта формула непригодна для вычислений, так как не известна температура T_2 струи газа при ее выходе из отверстия. Известны давление P_1 и температура T_1 газа в баллоне, а также наружное давление P_2. Температуру T_2 можно найти из уравнения адиабаты

$$\frac{P_1^{\gamma-1}}{T_1^{\gamma}}=\frac{P_2^{\gamma-1}}{T_2^{\gamma}}.$$

Оно дает

$$T_2=T_1\left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}.$$

После подстановки в формулу (26.3) получаем

$$v=\sqrt{\frac{2}{\mu}C_PT_1\left[1-\left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}\right]}. \qquad (26.4)$$

Максимальная скорость достигается при истечении в вакуум. Она равна

$$v_{\text{вак}}=\sqrt{\frac{2}{\mu}C_PT}. \qquad (26.5)$$

(Индекс 1 у температуры T мы опустили.) Подставляя вместо C_P ее значение из формулы (24.2), получим

$$v_{\text{вак}} = \sqrt{\frac{2}{\mu} \frac{\gamma}{\gamma-1} RT}\,. \tag{26.6}$$

Для молекулярного водорода при температуре $T = 1000$ К эта формула дает

$$v_{\text{вак}} = \sqrt{\frac{1{,}4}{0{,}4} \cdot 8{,}314 \cdot 10^3 \cdot 10^3} = 5400 \text{ м/с}.$$

2. Получение больших скоростей истечения газов является одной из важнейших проблем ракетной техники. Формула (26.6) показывает, что скорость истечения пропорциональна квадратному корню из абсолютной температуры и обратно пропорциональна квадратному корню из молекулярного веса газа. Поэтому в ракетной технике выгодно применять горючее с малым молекулярным весом, обладающее высокой калорийностью (чтобы температура T была возможно выше).

Сравнение формулы (26.5) с формулой (26.3) показывает, что при истечении в вакуум $T_2 = 0$, т. е. газ охлаждается до абсолютного нуля. Не следует придавать этому выводу большого значения. Он получен в предположении ламинарности течения, тогда как реальное истечение газа в вакуум всегда турбулентное. Кроме того, использована незаконная экстраполяция — газ считается идеальным вплоть до абсолютного нуля, а его теплоемкости C_P и C_V при истечении сохраняют постоянные значения, не зависящие от температуры.

ЗАДАЧА

Тело (например, космический корабль) движется в идеальном газе со скоростью v. В какой точке тела температура газа будет максимальной? Определить эту температуру, если температура окружающего газа равна T.

Решение. Перейдем в систему отсчета, в которой тело покоится. Считая течение газа в этой системе стационарным, применим к нему уравнение Бернулли (25.4). В рассматриваемом случае оно имеет вид $c_P T + v^2/2 = \text{const}$. Температура будет максимальна в точке, где $v = 0$, т. е. в критической точке. Так в гидродинамике называют точку на поверхности тела, в которой скорость натекающей жидкости обращается в нуль. В критической точке $i = c_P T_{\text{макс}}$, а потому

$$T_{\text{макс}} = T\left(1 + \frac{v^2}{2Tc_P}\right),$$

или

$$T_{\text{макс}} = T\left[1 + \frac{M^2(\gamma-1)}{2}\right],$$

где $M = v/c$ — число Маха (c — скорость звука).